



**Zadania na XX Podkarpacki Konkurs Matematyczny
im. Franciszka Lejona
Poziom II**

(klasy drugie liceum i trzecie technikum)

Etap powiatowy

15 lutego 2020 r. godzina 10.00

(150 minut)

1. Sprawdź, czy zachodzi równość:

$$\sqrt[4]{56 + 24\sqrt{5}} + \sqrt[3]{38 + 17\sqrt{5}} - \sqrt{24 - 8\sqrt{5}} = 5.$$

2. Wyznacz wszystkie liczby naturalne n , dla których liczba $9^n + 55$ jest kwadratem liczby naturalnej.

3. Wykaż, że dla dowolnych liczb rzeczywistych dodatnich a, b, c spełniających warunek $\frac{1}{a} + \frac{1}{b} + \frac{1}{c} = 3$, prawdziwa jest nierówność:
 $a + b + c \geq 3$.

4. Dany jest trójkąt równoboczny ABC . Punkty D i E dzielą boki AB i AC tego trójkąta w stosunkach $\frac{|AD|}{|DB|} = \frac{|CE|}{|EA|} = \frac{1}{2}$. Proste CD i BE przecinają się w punkcie S . Wykaż, że kąt ASB jest kątem prostym.

5. Wykaż, że zbiorem wartości funkcji $f(x) = \frac{x}{x^2-9}$ jest zbiór liczb rzeczywistych.

Powodzenia!